

来流马赫数对附面层的影响

北京航空航天大学 朱年国 徐力平

【摘要】 本文从附面层积分方程出发, 定性地分析了当表面压力系数 (C_p) 分布相同时, 在保证 Re 数相等的条件下进口 Ma 数对附面层发展的影响。并且用数值方法进行了模拟。与此同时用数值方法对由于表面曲率和自由流紊流度所引起的影响作出估计。结果表明: 在表面压力系数分布和 Re 相同的情形下, 进口 Ma 数, 直到临界值附近时, 所引起的附面层的变化量是很小的, 一般在工程允许的误差范围之内。表面曲率所引起的变化同马赫数引起的变化相近, 而进口自由流紊流度引起的变化较之前两者较为明显。

一、引言

众多因素影响附面层的发展变化, 首当其冲的是表面压力梯度。此外, 雷诺数、自由流紊流度、壁面传热、压缩性、冲波等都是影响附面层发展变化的重要因素^[1]。在叶型设计和叶栅相似变换过程中^[4]以无粘为主的流场计算也已经广泛引入有粘无粘迭代来考虑附面层的影响, 但有粘无粘迭代的引入使计算费用进一步提高。因此, 在某些情形下, 希望只通过无粘流场的计算来判断附面层的发展情况, 高压压气机用低速模型来模拟时, 相应叶面上常有相同的无量纲量分布^[4], 而希望能根据低速的附面层实验或计算来得出在高速时附面层的性状, 此时远前方马赫数成为影响附面层发展的主要因素。

本文从附面层积分方程出发, 在 C_p 分布保持不变的情形下, 定性地分析了 Ma 数对附面层发展的影响, 并定量地用数值方法^[2,3]作了估算, 结果证明了在亚临界情形下, 马赫数对附面层的影响, 在工程应用范围内是可以忽略的。与此同时, 还一并用数值方法模拟了表面曲率和进口自由流紊流度对附面层的影响, 说明了在实验中尽可能使紊流度相同的重要性。

二、定性分析

常用的附面层积分方程 (如文献 1) 可以写成如下形式:

$$d\theta/dx = C_f/2 - \left[(H + 2 - M^2) \theta (u_e/u_o) \right] (d(u_e/u_o)/dx) \quad (1)$$

这儿: C_f 、 θ 、 H 、 u_e 等都隐含与当地 Ma 数相关。 u_o 是进口自由流速度。为求解上述方程, 可以补充不同的方程加以封闭。但是上述方程描述了附面层整体的主要行为^[1]。

一般地, 项 $\left[(u_e/u_o) \right] (d(u_e/u_o)/dx)$ 是自由流马赫数 Ma 和流向坐标 x 的函数。若假定自由流 Ma 数不致使叶面 Ma 数过高或出现激波, 则压力系数 C_p 分布相同时, 该值随 Ma 的变化是很小的, 因此近似地认为只是 x 的函数, 即 $\left[(u_e/u_o) \right] (d(u_e/u_o)/dx) = c(x)$ 从而方程 (1) 可以写成

$$d\theta/dx = C_f/2 - (H + 2 - M^2) \theta c(x) \quad (2)$$

在某一 $x = x_0$ 处, (2) 式两边对当地 Ma^2 求导后可得:

$$(\partial/\partial M^2)(d\theta/dx) = \partial C_p / 2\partial M^2 - (\partial H / \partial M^2 - 1)\theta C - \{H + 2 - M^2\} \partial\theta / \partial M^2 \} C \quad (3)$$

另一方面, 当 $Ma_0 = Ma_L$ 时, 令表面马赫数分布为 $M_1(x)$, 动量损失厚度分布为 $\theta_1(x)$, 形状因子分布为 $H_1(x)$, 表面摩擦系数分布为 $C_{f1}(x)$; 当 $Ma_0 = Ma_H$ 时, 相应的值为 $M_2(x)$, $\theta_2(x)$, $H_2(x)$ 和 $C_{f2}(x)$ 。且有如下关系成立

$$d\theta_2/dx = C_{f2}/2 - (H_2 + 2 - M_2^2)\theta_2 C \quad (4)$$

$$d\theta_1/dx = C_{f1}/2 - (H_1 + 2 - M_1^2)\theta_1 C \quad (5)$$

根据 Taylor 展开, 可以得到:

$$\frac{d\theta}{dx} = \frac{d\theta_1}{dx} + \frac{\partial}{\partial M^2} \left(\frac{d\theta}{dx} \right) (M_2^2 - M_1^2) + O\{M_2^2 - M_1^2\} \quad (6)$$

$$\frac{C_{f2}}{2} = \frac{1}{2}C_{f1} + \frac{1}{2} \frac{\partial C_{f1}}{\partial M^2} (M_2^2 - M_1^2) + O\{M_2^2 - M_1^2\}^2 \quad (7)$$

$$H_2 = H_1 + \frac{\partial H_1}{\partial M^2} (M_2^2 - M_1^2) + O\{M_2^2 - M_1^2\}^2 \quad (8)$$

$$\theta_2 = \theta_1 + \frac{\partial \theta_1}{\partial M^2} (M_2^2 - M_1^2) + O\{M_2^2 - M_1^2\}^2 \quad (9)$$

根据(6)~(9)式可以得:

$$\begin{aligned} (H_2 + 2 - M_2^2)\theta_2 C - (H_1 + 2 - M_1^2)\theta_1 C &= \{H_2 - H_1 - (M_2^2 - M_1^2)\} \theta_1 C \\ &\quad + (H_2 + 2 - M_2^2) \frac{\partial \theta_1}{\partial M^2} (M_2^2 - M_1^2) C + O\{M_2^2 - M_1^2\} \\ &= \left[\frac{\partial H_1}{\partial M^2} - 1 \right] (M_2^2 - M_1^2) \theta_1 C + (H_2 + 2 - M_2^2) \frac{\partial \theta_1}{\partial M^2} (M_2^2 - M_1^2) C \\ &\quad - (M_1^2) C + O\{M_2^2 - M_1^2\}^2 \end{aligned} \quad (10)$$

而由(4)~(5)式, 即得:

$$\begin{aligned} \partial(d\theta_1/dx)/\partial M^2 (M_2^2 - M_1^2) &= \partial C_{f1}/2\partial M^2 (M_2^2 - M_1^2) \\ &\quad - (\partial H_1/\partial M^2 - 1)(M_2^2 - M_1^2)\theta_1 C \\ &\quad - (H_2 + 2 - M_2^2) \partial\theta_1/\partial M^2 (M_2^2 - M_1^2) C \\ &\quad + O\{M_2^2 - M_1^2\}^2 \end{aligned}$$

或者:

$$\frac{\partial}{\partial M^2} \frac{d\theta_1}{dx} = \frac{1}{2} \frac{\partial C_{f1}}{\partial M^2} - \left[\frac{\partial H_1}{\partial M^2} - 1 \right] \theta_1 C - (H_2 + 2 - M_2^2) \frac{\partial \theta_1}{\partial M^2} C + O(M_2^2 - M_1^2) \quad (11)$$

(11) 式与(3)式比较可得:

$$(H_1 + 2 - M_1^2) (\partial\theta_1/\partial M^2) C = (H_2 + 2 - M_2^2) (\partial\theta_1/\partial M^2) C + O(M_2^2 - M_1^2) \quad (12)$$

假定 $C(x) \neq 0$, (当 $C(x) = 0$ 时, 下面的结果显然成立), 故当 $(M_2^2 - M_1^2)$ 充分小时, 将有下列式成立

$$(H_1 + 2 - M_1^2) = (H_2 + 2 - M_2^2) \quad (13)$$

由此可见, 方程(1)只是 M 的弱函数, 即方程(1)由于 M 的变化引起的解的变化是不大的。这就是说, 在 M 的某一范围内, 不同的 M 值将得到近似相同的结果。

应该再次指出, 推得上述结论是假定了: (1) 表面 C_p 分布相同, M_0 不大于 $M_{\text{临界}}$ 很多, 叶面

上无冲波, 从而 $\bar{u}/(u^e/u^0) \, d(u^e/u^0)/dx$ 近似地为 x 的函数。(2) 必须保证 $(M_2^2 - M_1^2)$ 是小量。

当 M_0 大于 M_σ 很多时, 除非保证 (M_2) 与 (M_1) 分布充分接近, 否则, $(M_2^2 - M_1^2)$ 将不再是小量, 并且 $\bar{u}/(u^e/u^0) \, d(u^e/u^0)/dx$ 也不能再近似为只是 x 的函数。方程(1)对 M 数的敏感度在进入跨音区后将迅速提高。

三、定量分析

应该指出, 从附面层积分方程组出发, 严格推导进口 Ma 数对附面层的影响是不可能的。

上面的分析只能是定性的。为验证上面的分析结果, 同时更确切地对此进行定量描述, 我们利用附面层积分方程的数值方法^[2,3]进行了计算。其中层流用的是 Thwaites 方法, 紊流用的是 Green 的改进了的滞后_裹入法。

程序中可用 Dunham 的经验关联估算转捩点, 也可以输入转捩位置。详细的程序说明可见文献 [2]

图 1 所示的是计算中采用的表面压力分布, 定义成

$$C_p = (p_s - p_{s1}) / (p_{T1} - p_{s1}) \quad (14)$$

p_{T1} 为进口总压, p_{s1} 和 p_s 分别是进口和叶面上的静压。

在所有计算中, C_p 分布不变, 这种压力分布是典型的扩压叶栅吸力面压力分布。在计算中弦长雷诺数不变 (5×10^5)。

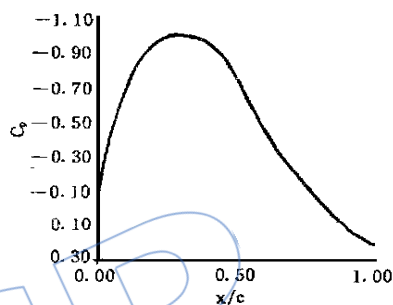


图 1 给定的压力系数分布

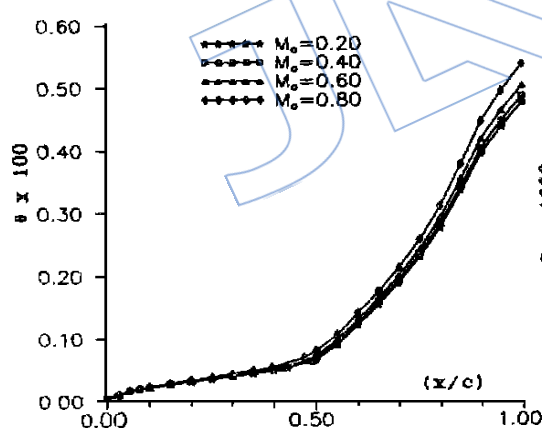


图 2 θ 随进口马赫数的变化 (转捩点不给定)

表 1 转捩位置

M_0	0.2	0.4	0.6	0.8
开始位置	0.4330	0.4250	0.4130	0.3960
结束位置	0.4943	0.4878	0.4794	0.4717

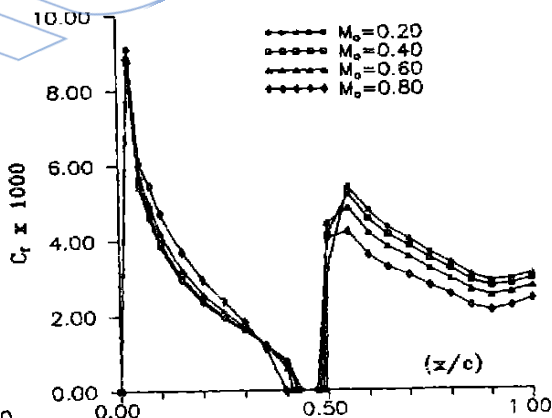


图 3 c_f 随进口马赫数的变化 (转捩点不给定)

图 2 和图 3 所示的是在不人为规定转捩点时的情形下, 动量损失厚度 (θ) 和表面摩擦系数 C_f 随进口 Ma 数的变化情况。从图中可以发现当 Ma_0 数从 0.2 增大到 0.6 时, θ 和 C_f 随 Ma_0 的变化是缓慢的。当 Ma_0 增到 0.8 时, 变化幅度增大。其原因是 Ma_0 的增大, 使叶面上的 M 数过大造成。 ($M_0 = 0.6$ 时, 叶面上 $M_{max} = 0.936$; $M_0 = 0.8$ 时, $M_{max} =$

1. 405)

从图 3 可发现, 随 M_0 的提高, 层流向紊流的转捩位置稍稍前移。从 $M_0=0.2 \sim 0.8$ 的范围内, 转捩点的最大差别为 3.7% 弦长。而 $M_0=0.6 \sim 0.8$, 转捩点的差别则为 1.7%。不同 M_0 数下的转捩位置见表 1, 所有转捩均为层流分离泡转捩。

图 4 和图 5 所示的是在规定转捩点的情形下 ($x/c=0.3910$), θ 和 C_f 随 M_0 的变化情况, 除了转捩点的位置, 其基本趋势和数量差别均与图 2 和图 3 的情况相当。

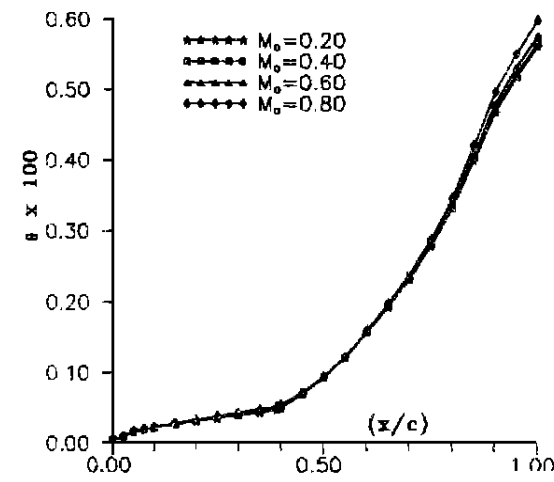


图 4 相同 c_p 分布下 θ 随进口马赫数的变化
(转捩点固定)

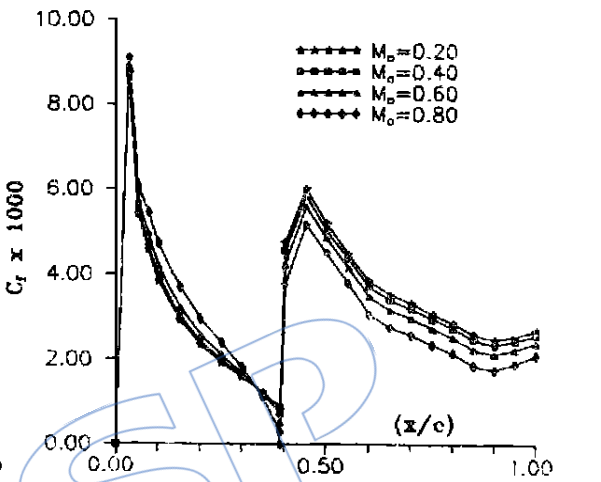


图 5 相同 c_p 分布下 C_f 随进口马赫数的变化
(转捩点固定)

四、表面曲率对附面层的影响

图 6 和图 7 给出了在 C_p 分布相同时, θ 分布和 C_f 分布, 从图中可以发现, 表面曲率对附面层的影响是很小的。(图 6 下部的弧线是对应的叶型表面)。另一方面, 表面曲率本身在积分方程中是一修正量, 其影响主要通过 R_i 数反映。

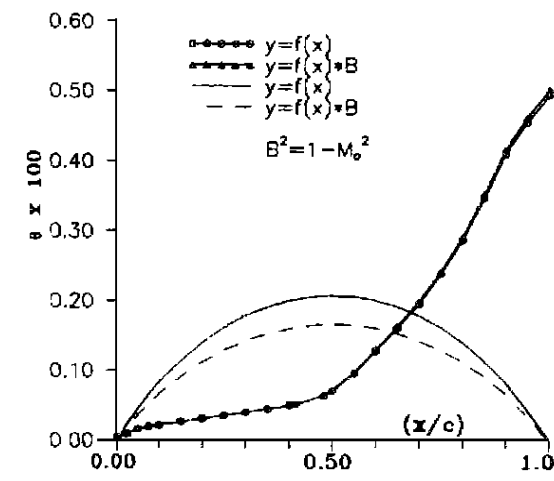


图 6 相同 c_p 分布时的 θ 分布 ($M_0DE=0.60$, 转捩点不给定)

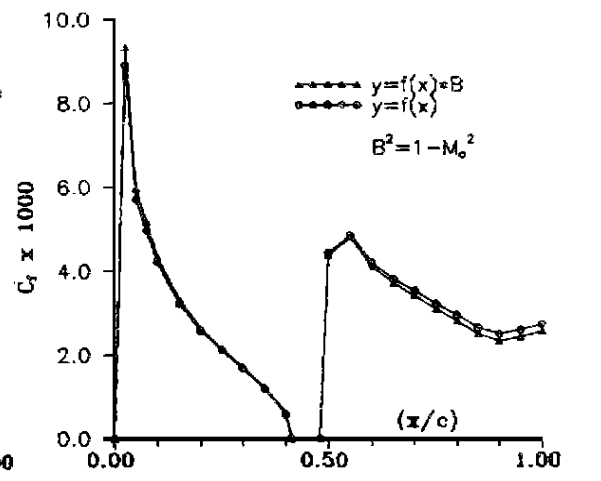


图 7 c_p 分布时的 c_f 分布 ($M_0=0.60$, 转捩点不给定)

五、自由流紊流度对附面层的影响

图 8 和图 9 所示的是不同进口紊流度下, 附面层参数 θ 和 C_f 的弦向分布。可以发现, 紊流度对附面层转捩点的影响极为明显。由于转捩点的变化影响了转捩后紊流附面层的不同发展。由此得到的紊流附面层受自由流紊流度的影响大于受 M 数的影响, 2% 的自由流紊流度差别足以掩盖马赫数从 0.2 ~ 0.8 所引起的变化, 而这个紊流度差异在工程问题中是很常见的。

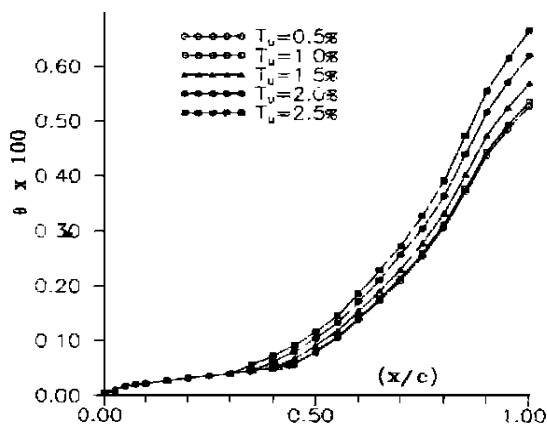


图 8 c_p 相同时, 不同进口紊流度下的 θ 分布
($M_0DE = 0.60$, 转捩点不给定)

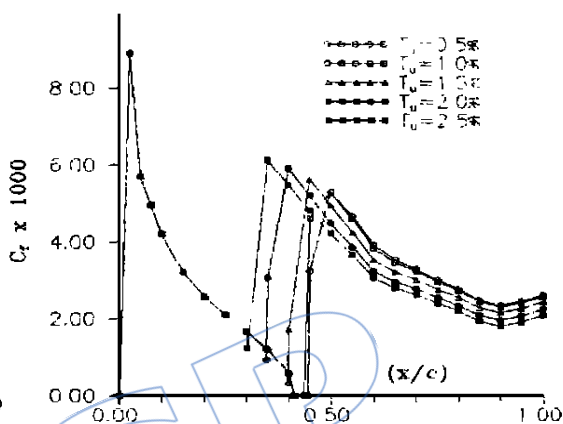


图 9 c_p 相同时, 不同进口紊流度下的 c_f 分布
($M_0 = 0.60$, 转捩点不给定)

六、结 论

本方用解析方法和数值方法, 以附面层积分方程为基础, 讨论了进口 M 数, 在表面压力系数分布相同时, 对附面层发展的影响; 同时讨论了表面曲率和进口自由流紊流度对附面层的影响。结果表明: 在进口 M 数不超过临界值, 或者具有无冲波的跨音 M 数分布时, 进口 M 数对附面层发展的影响是很小的。在工程应用中其误差可以忽略不计。

当 M_0 数超过 M_c 时, 使得表面速度梯度不能看作仅是 x 的函数, 同时将使方程 (1) 中的右边第二项系数随 M 显著变化, 从而将引起附面层发展的急剧变化此时需要根据 M 数的变化作出修正。

表面曲率对附面层的影响很小。原因是表面曲率主要引起流向和法向的速度梯度变化。而流向的变化又远大于法向, 同时对附面层有主导作用的流向速度梯度又用相同的 C_p 分布得以保证。

自由流的紊流度对附面层的影响, 较之 M 数和表面曲率对它的影响, 是较为明显的。所以在实验中应尽可能保证进口自由流的紊流度相同。

作者感谢陈矛章教授对本文工作所作的指导。

参 考 文 献

- [1] 陈矛章, “粘性流体力学理论及其应用”, 1983 年 3 月。
- [2] M. V. Herbert & W. J. Calvert “Description of an Integral Method for Boundary Layer Calculation in Use at N.G.T.E., with Special Reference to Compressor Blades” N. G. T. E. M 82019.
- [3] J. E., Green, D. J. Weeks, and J. W. F. Brooman “Prediction of Turbulent Boundary Layers and Wakes in Compressible Flow by a Lag-Entrainment Method” A. R. C. R&M No. 3791, DEC. 1972.
- [4] 朱年国、徐力平、陈矛章 “高压压气机中高速叶栅和低速叶栅的相似变换准则”, CASS P-89-150 (T)

low and high momentum in the corner vortex system.

(2) At high incidences, the reversed flow caused by vortex breakdown and strong adverse pressure gradient makes an important contribution to the loss increase.

(3) At high incidences, the excessive increase of loading near the end wall appears mainly by the front part of the blade section.

From the above mentioned research a physical model for the vortical flow in compressor cascades is obtained.

APPLICATION OF LEANED BLADES TO AN AEROENGINE

Gao Jingman

(*Shenyang Aeroengine Research Institute*)

ABSTRACT

In order to match the low pressure compressor with the high pressure one, the outlet guide vane blades of the low pressure compressor have been designed to be leaned circumferentially and radially. The two types of the leaned blades have been tested in an aeroengine. The results show that the leaned blades obviously improve the compressor performance in the hub region, decrease the radial pressure ratio gradient and control the flow at the end wall.

THE INFLUENCE OF THE INLET MACH NUMBER ON THE BOUNDARY LAYER DEVELOPMENT ON TURBOMACHINERY BLADE SURFACES

Zhu Nianguo and Xu Liping

(*Beijing University of Aeronautics and Astronautics*)

ABSTRACT

When Reynolds number and the blade surface pressure coefficient distribution are kept constant, the influence of the inlet Mach number on the boundary layer development on the blade surfaces of turbomachinery is discussed with numerical simulation as well as an order of magnitude analysis, based on the integral boundary layer equation. The effects of surface curvature and the free stream turbulence intensity on the development of the boundary layer are also estimated by the numerical simulation. The results show that at the same Reynolds numbers and surface pressure coefficient distributions, the variation of the non-dimensional the integral parameters boundary layer with the inlet Mach number is very small, up to the critical Mach number, the changes are usually within the engineering tolerance. The variation caused by the surface curvature difference is of the same order of that due to Mach number, however the free stream turbulence level can cause remarkable changes in the development of the boundary layer.